

Компьютерное моделирование в пакете Excel одной задачи для динамического управления портфельных инвестиций

Л. М. Мамедова

Аннотация. В работе с помощью пакета Excel исследуется оптимальная структура портфеля, состоящего из трех видов условно выбранных ценных бумаг с минимальным риском и ограниченной доходностью. Проведен динамический анализ принятия оптимальных инвестиционных решений.

Ключевые слова: ценные бумаги, риск, доходность.

2000 Mathematics Subject Classifications: 91G10, 97N80

Портфель ценных бумаг – это определенным образом подобранная совокупность отдельных видов ценных бумаг с целью формирования единой инвестиционной структуры, сбалансированной с точки зрения риска, ожидаемой доходности и ликвидности [1]. Структура портфеля – это соотношение конкретных видов ценных бумаг в портфеле.

В мировой практике большинство портфелей ценных бумаг являются специализированными средне-долгосрочными активными портфелями. Сущность активной формы состоит в постоянной работе с портфелем ценных бумаг.

При активной форме управления портфелем ценных бумаг большое значение приобретает ликвидность активов для эффективных перераспределений, а также вес комиссионных издержек при проведении операций на рынке. Высокая динамичность развития рынка ценных бумаг вызывает необходимость их постоянной переоценки с учетом текущей стоимости портфеля.

Проблема управления портфелем финансовых инструментов – важная и сложная задача для любого инвестора, занимающегося управлением финансовыми потоками. Рациональные способы решения этой проблемы требуют быстрой обработки достаточно больших объемов информации. Чем быстрее будет обработана информация, чем больший объем ее будет проанализирован, тем лучше будут финансовые результаты.

Реализация этой задачи требует четкой формализации, как самой задачи управления портфелем, так и подходов к ее решению. Инвестор, обладая некоторым начальным капиталом, может покупать и продавать финансовые инструменты. Целью является получение возможно большей прибыли от этих операций при наименьшем риске. Такова неформальная постановка задачи управления портфелем. Ввиду того, что финансовый рынок обладает некоторыми потенциальными возможностями для извлечения прибыли, какими динамическими стратегиями инвестирования должен пользоваться инвестор, чтобы извлечь всю потенциальную возможную для рынка прибыль, сохраняя минимальную рискованность.

Процедура оптимизации денежных вложений позволяет находить оптимальное распределение денежных средств среди возможных объектов инвестирования.

Вопросы формирования оптимальных портфелей инвестиционных проектов рассмотрены в многочисленных работах, подробные анализы основных результатов и литературные указания которых даны в [2], [4], [5], [6], [7]. В основе этих работ лежит теория оптимального портфеля ценных бумаг Г. Марковица [3]. Ядро этой теории – теорема об эффективном множестве портфелей. При этом инвестор выберет свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых обеспечивает:

- 1) максимальную доходность для некоторого уровня риска;
- 2) минимальный риск для некоторого уровня ожидаемой доходности.

В качестве характеристики доходности используют отношение изменения благосостояния инвестора в конце анализируемого периода к благосостоянию в начале периода. Мера риска определяется дисперсией портфеля. Соответствующие модели построены из соображений. Пусть X_j – доля свободного капитала инвестора, предполагаемая для вложения в ценные бумаги под номером j , $j=1, \dots, n$, где n – количество разных видов ценных бумаг. Согласно этому определению

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1, \quad (1)$$

$$X_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Отсюда структура портфеля инвестиций будет представляется вектором $(X_1, \dots, X_j, \dots, X_n)$. Если случайную эффективность j -й ценной бумаги обозначить за R_j , случайная эффективность выбранной структуры портфеля ценных бумаг R_p определится по формуле

$$R_p = \sum_{j=1}^n R_j X_j.$$

Если использовать свойства математического ожидания E случайных величин, то получится следующая зависимость между ожидаемой эффективностью M_p выбранной структуры портфеля и ожидаемой эффективностью от каждой ценной бумаги M_j , а именно:

$$M_p = E(R_p) = \sum_{j=1}^n E(R_j)X_j = \sum_{j=1}^n M_jX_j.$$

Если измерять ожидаемый риск от выбранной структуры инвестиций дисперсией V_p (вариацией случайного эффекта портфеля R_p относительно M_p), то необходимо рассчитать математическое ожидание квадрата этого отклонения

$$V_p = E\left[(R_p - M_p)^2\right] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E(R_i - M_i)(R_j - M_j)X_iX_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij}X_iX_j,$$

где $V_{ij} = E((R_i - M_i)(R_j - M_j))$ – ковариации случайных величин R_i и R_j .

Основываясь на введенных обозначениях, проблема оптимизации портфеля ценных бумаг сводится к следующей математической модели:

Найти вектор $(X_1, \dots, X_j, \dots, X_n)$, обеспечивающий при выполнении условий (1), (2) желаемое значение M_p ожидаемой эффективности портфеля инвестиций, т.е.

$$\sum_{j=1}^n M_jX_j = M_p, \quad (3)$$

и минимизирующий вариацию эффективности портфеля, измеряющую риск получить доход меньше уровня M_p

$$V_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_{ij}X_iX_j \rightarrow \min. \quad (4)$$

Если решения задачи (1)-(4) X_j^* , $j = \overline{1, n}$, $X_j^* \geq 0$, то это означает рекомендацию модели вложить долю X_j^* от имеющегося капитала в ценные бумаги j -го вида.

Реальные эффективности (R_{jt}) j -й ценной бумаги в каждом временном периоде t из прошедших T периодов рассчитываются по формулам

$$R_{jt} = (C_{j,t+1} + D_{jt} - C_{jt}) / C_{jt}; t = \overline{1, \dots, T}; j = \overline{1, \dots, n}; \quad (5)$$

где C_{jt} – усредненная цена (курс) j -й бумаги в периоде t ; D_{jt} – дивиденды, полученные по j -й бумаге в периоде t .

В соответствии с правилами статистики вычисляются оценки математического ожидания (M_j) эффективности j -й ценной бумаги и оценку ковариаций (V_{ij}) между i -й и j -й ценными бумагами по следующим формулам:

$$M_j = \frac{\left(\sum_{t=1}^T R_{jt}\right)}{T}; \quad (6)$$

$$V_{ij} = \frac{\left(\sum_{t=1}^T (R_{it} - M_i)(R_{jt} - M_j)\right)}{T - 1}. \quad (7)$$

Для нашего исследования рассмотрим математическую постановку задачи оптимизации портфеля. Предположим, что инвестор располагает информацией, отражающей динамику курсов и выплаченных дивидендов по акциям двух ведущих эмитентов A , B и C за десять прошедших месяцев. Курс акций на начало каждого месяца и размер выплаченных в каждом месяце дивидендов приводятся в таблице 1:

Таблица 1.

Курс A	120	87	54,5	36,89	32,58	32,66	31,44	39,78	36,09	31,98
Дивиденды от A	1,6	2,54	48,2	23,94	5,02	0,04	12,11	18,78	1,89	0,26
Курс B	68	65,18	63,89	61,37	56,89	65,85	87,09	77,57	56,68	65,14
Дивиденды от B	0,06	5,08	8,09	56,95	20,96	35,07	0,03	71,09	12,7	15,09
Курс C	49	60,95	61,05	58,23	51,05	51,87	72,1	106	73,14	90,01
Дивиденды от C	20,01	17,08	7,24	47,11	2,24	30,32	51,03	114,8	25,2	25,59

Допустим, что цена продажи акций A , B , C на начало предстоящего месяца составляет соответственно $32,78$; $60,66$ и 110 д.е. В распоряжении инвестора имеется капитал в размере 80 тыс. д.е., который он может использовать для вложений в эти ценные бумаги. Его интересует вопрос, акции какого эмитента и в каком количестве следует приобрести по текущему курсу продажи, чтобы с минимальным риском получить в предстоящем месяце доход от портфеля не менее $51,36$ % на вложенный капитал. Целью исследования является динамическая последовательность инвестиционных решений по определению структуры портфеля, при реализации которой инвестор сможет извлекать ожидаемую прибыль от финансирования в условиях минимально ограниченного риска инвестиций.

Решение этой задачи в среде Excel проведем по нижеследующему плану [8].

1. Экономико-статистический анализ данных задачи:

- а) ввод курсов ценных бумаг и дивидендов на рабочий лист Excel;
- б) расчет рядов эффективности данных ценных бумаг;
- в) расчет оценок средней эффективности по каждой бумаге;
- г) расчет отклонений эффективности каждой ценной бумаги от своей средней;
- д) расчет ковариации с использованием функции Excel "Сумма произведений".

2. Составление математической модели оптимизации портфеля ценных бумаг.

3. Оформление исходных данных модели на рабочем листе Excel.

4. Составление компьютерного аналога математической модели с помощью надстройки **Поиск решения** и выполнение расчетов по ней.

5. Экономическая интерпретация полученных результатов.

Прежде всего, расположим данные по курсам ценных бумаг и дивидендам на рабочем листе Excel, как показано на таблице 1.

Для расчета помесечной реальной эффективности бумаг A , B , C используем формулы (5). В ячейку B11 запишем формулу расчета эффективности бумаги A

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Динамика курсов и дивидендов ценных бумаг											
2	Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	Курс А	120	87	54,5	36,89	32,58	32,66	31,44	39,78	36,09	31,98	32,78
4	Дивиденды от А	1,6	2,54	48,2	23,94	5,02	0,04	12,11	18,78	1,89	0,26	
5	Курс В	68	65,18	63,89	61,37	56,89	65,85	87,09	77,57	56,68	65,14	60,66
6	Дивиденды от В	0,06	5,08	8,09	56,95	20,96	35,07	0,03	71,09	12,7	15,09	
7	Курс С	49	60,95	61,05	58,23	51,05	51,87	72,1	106	73,14	90,01	110
8	Дивиденды от С	20,01	17,08	7,24	47,11	2,24	30,32	51,03	114,8	25,2	25,59	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
10	Рассчитанные ряды эффективностей ценных бумаг											
11	Бумага А	-0,2617	-0,34437	0,561284	0,532123	0,15654	-0,0361298	0,650445	0,379336	-0,06151	0,033146	
12	Бумага В	-0,0406	0,058147	0,087181	0,854978	0,52593	0,8551253	-0,10897	0,647157	0,373324	0,16288	
13	Бумага С	0,65224	0,28187	0,0724	0,685729	0,05994	0,9745518	1,177947	0,773019	0,575198	0,506388	
14	Рассчитанные оценки математических ожиданий эффективностей ценных бумаг											
15					M1	M2	M3					
16					0,1609	0,3415	0,5759					
17	Расчет отклонений эффективности ценной бумаги от ее средней эффективности											
18	Бумага А	-0,4226	-0,50527	0,400384	0,371223	-0,0044	-0,1970298	0,489545	0,218436	-0,22241	-0,12775	
19	Бумага В	-0,3821	-0,28335	-0,25432	0,513478	0,18443	0,5136253	-0,45047	0,305657	0,031824	-0,17862	
20	Бумага С	0,07634	-0,29403	-0,5035	0,109829	-0,516	0,3986518	0,602047	0,197119	-0,0007	-0,06951	
21	Расчет ковариаций между ценными бумагами											
22			V11	V12	V13	V22	V23	V33				
23			0,1249	0,017	0,0251	0,1313	0,0166	0,1321				

в 1-м месяце $= (C3+B4-B3)/B3$ и скопируем ее на ячейки C11:K11. Аналогично рассчитываем значение ячеек B12:K13 для других бумаг.

Для вычисления оценки средней эффективности ценной бумаги А в ячейку E16 на основе (6) введем формулу $= \text{СУММ}(B11:K11)/10$. Подобные формулы зададим для бумаг В, С, соответственно в ячейках F16 и G16.

Для того, чтобы рассчитать оценки ковариаций между ценными бумагами, следует найти ежемесячные отклонения реальной эффективности каждой ценной бумаги от ее средней эффективности. Например, для бумаги А в ячейку B18 введем формулу $=B11-\$E\16 с последующим ее тиражированием на массив B18:K18. Аналогично заполним ячейки в диапазоне B19:K20 для бумаг В и С.

После этого для расчета ковариации V_{11} , с использованием (7) запишем в ячейку C23 формулу $= \text{СУММПРОИЗВ}(B18:K18;B18:K18)/9$ соответственно в ячейку D23 $= \text{СУММПРОИЗВ}(B18:K18;B19:K19)/9$. Таким же образом заполним ячейки E23, F23, G23, H23.

Используя формулы (1)-(4), составим модель инвестора для трех видов акций:

Найти $X = (X_1, X_2, X_3)$

$$Z = 0,1249 X_1 X_1 + 2 * 0,017 X_1 X_2 + 2 * 0,0251 X_1 X_3 + 0,1313 X_2 X_2 + 2 * 0,0166 X_2 X_3 + 0,1321 X_3 X_3 \rightarrow \min.$$

Ограничения модели:

	A	B	C	D	E	F	G	H
25		Модель расчета оптимальной структуры портфеля ценных бумаг						
26	Имя переменных	X1	X2	X3				
27	Значение	1	1	1				
28	Нижняя граница	0	0	0				
29		Матрица ограничений модели				Л. Часть	Знак	П. часть
30		0,1609	0,3415	0,5759		1,0783	>=	0,5136
31		1	1	1		3	<=	1
32								
33		Уровень	риска	Z=		0,5057	min	

$$0,1609X_1 + 0,3415X_2 + 0,5759X_3 \geq 0,5136;$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 1;$$

$$X_1 \geq 0; \quad X_2 \geq 0; \quad X_3 \geq 0.$$

Значение ячеек B30:D30 было получено путем копирования значений ячеек E16:G16. В ячейку F30 введена формула =СУММПРОИЗВ(\$B\$27:\$D \$27; B30:D30), которая затем была скопирована в ячейку F31.

Значение целевой ячейки E33 задается формулой (4) и в формате Excel запишется следующим образом:

$$=C23 \cdot B27^2 + 2 \cdot D23 \cdot B27 \cdot C27 + 2 \cdot E23 \cdot B27 \cdot D27 + F23 \cdot C27^2 + 2 \cdot G23 \cdot C27 \cdot D27 + H23 \cdot D27^2.$$

Составим компьютерный аналог модели инвестора для трех акций с помощью надстройки **Поиск решения**. Для этого войдем в меню "Сервис" и вызовем диалоговое окно **Поиск решений**. В этом окне установим ориентацию целевой ячейки \$E\$33 на минимальное значение. Далее активизируем поле *Изменить ячейки*, вводим \$B\$27:\$D\$27 и добавляем ограничения:

$$B27:D27 \geq 0;$$

$$F30 \geq H30;$$

$$F31 \leq H31.$$

Для организации предстоящего вычислительного процесса нажмем кнопку *Параметры* зададим необходимые установки (уберем флажок *Линейная модель*, если он присутствует, вместо отсутствующего метода *Франка-Вулфа* сделаем выбор между методом сопряженных градиентов и методом Ньютона). Вернувшись в окно **Поиск решений**, нажмем кнопку *Выполнить*. В результате рабочий лист приобретет вид, представленный на таблице:

Из диапазона B27:D27 следует что $X_1=0$, $X_2=0,2658$, $X_3=0,7342$, а $Z_{\min}=0,087$. Это означает, что инвестору следует вложить 27% имеющегося капитала в акции эмитента B, 73% имеющегося капитала - в акции эмитента C, а акции эмитента A приобретать не нужно.

Дадим экономическую интерпретацию полученных результатов. Для того, чтобы рассчитать сумму вложений в акции каждого эмитента, необходимо умножить капитал, имеющийся у инвестора, на долю вклада в каждый вид ценной бумаги.

	A	B	C	D	E	F	G	H	
25		Модель расчета оптимальной структуры портфеля ценных бумаг							
26	Имя переменных	X1	X2	X3					
27	Значение	0	0,265785	0,734215					
28	Нижняя граница	0	0	0					
29		Матрица ограничений модели				Л. Часть	Знак	П. часть	
30		0,1609	0,3415	0,5759		0,5136	>=	0,5136	
31		1	1	1		1	<=	1	
32									
33		Уровень	риска	Z=	0,086965	min			

В итоге, получим, что:

$0,2658 \cdot 80000 = 21264$ д.е. надо вложить в акции В;

$0,7342 \cdot 80000 = 58736$ д.е. надо вложить в акции С.

Найдем количество акций, которое следует приобрести инвестору по текущему курсу продажи, чтобы с минимальным риском получить в предстоящем месяце доход от портфеля не менее 51,36% на вложенный капитал. В портфеле должно быть:

$21264 : 60,66 = 351$ акций В;

$58736 : 110 = 534$ акций С.

Список литературы

- [1] Глазунов В.Н. Финансовый анализ и оценка риска реальных инвестиций. М.: Фитстатинформ, 1997.
- [2] Касимов Ю.Ф. Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг. М.: Филин, 1998.
- [3] Уильям Ф Шарп, Гордон Дж. Александр, Джеффри В. Бейли. Инвестиции. М.: Инфра-М, 2007.
- [3] Оруджев Э.Г., Мирзоева А.Р. Оптимизация структуры портфеля акций. Вестник Бакинского Университета, серия физ.-матем. наук, 2012, No. 1, с. 109-119.
- [4] Кочетыгов А.А. Финансовая математика. Ростов н /Д.: Феникс, 2004.
- [5] Барбаумов В.Е., Гладких И.М., Чуйко А.С. Финансовые инвестиции. М: Финансы и статистика, 2003.
- [6] Шапкин А.С., Шапкин В.А. Математические методы и модели исследования операций. М: Дашков и К., 2009.
- [7] Чистов Д.В. Экономическая информатика. М: КНОРУС, 2010.

Л. М. Мамедова

Бакинский Государственный Университет, ул.З.Халилова, 23, Аз 1148, Баку, Азербайджан

E-mail: l.mamedova2807@gmail.com

Received 08 November 2014

Accepted 29 November 2014