

Эконометрический Анализ Объема Вкладов с Помощью Модели Авторегрессии (Ar) в Excel

Э.Г.Оруджев, Г.А. Гюльмамедова

Аннотация. В работе по Государственным статистическим данным Азербайджана за период с 1994 по 2011 годы изучены и решены специфические задачи сбережений населения, представляющие научный и практический интерес, даны прогнозные значения движения изучаемых показателей во времени, показаны приемы компьютерной реализации соответствующих моделей в среде Excel.

Key Words and Phrases: авторегрессия, вклады населения, прогнозирование, тренд, временные ряды

2000 Mathematics Subject Classifications: 91B82

Имеются мало опубликованных научных работ, посвященных вопросам изучения денежных вкладов населения в аспекте экономического анализа и прогнозики с привлечением эконометрических авторегрессионных моделей (см. [1, 2, 7] и список литератур в них).

В данной статье мы исследуем вопросы анализа и прогнозирования объема вкладов населения Азербайджана за 1994-2011 годы, описываемых с помощью авторегрессионных моделей ($AR(1)$, $AR(2), \dots, AR(n)$ средствами Excel). Основным вопросом при построении таких моделей с лаговыми переменными является выбор величины лага и числа лаговых переменных. Теоретически трудно определить величину лага. Определенную помощь может оказать взаимная корреляционная функция: рассчитывается множество коэффициентов корреляции между уровнями временных рядов, сдвинутыми относительно друг друга на последовательно увеличивающийся интервал времени. При этом величина лага определяется по максимальному коэффициенту корреляции. Выбор величины лага и количества лагов проводится обычно экспериментально: строятся модели с разным числом лагов и их величиной, и изучается значимость коэффициентов регрессии при лаговых переменных: останавливаются на модели, для которой все коэффициенты регрессии при лаговых переменных будут статистически значимыми по t -критерию Стьюдента.

Реализованные здесь модели можно использовать во многих финансовых отраслях, где необходимо прогнозировать различные данные, например, прогнозирование значений ВВП, объема продаж товаров на предприятии, стоимости ценных бумаг и т.д. Отметим, что во многих изученных задачах обычно рассматриваются авторегрессии первого порядка AR(1), которые характеризует тесноту связи между соседними значениями показателей экономических временных рядов [5,6,7, 10, 11].

Рассмотрим авторегрессионные модели разных порядков:

$$Y_i = b_0 + b_1 Y_{i-1} + \varepsilon \quad AR(1)$$

$$Y_i = b_0 + b_1 Y_{i-1} + b_2 Y_{i-2} + \varepsilon \quad AR(2)$$

$$Y_i = b_0 + b_1 Y_{i-1} + b_2 Y_{i-2} + \dots + b_n Y_{i-n} + \varepsilon \quad AR(n)$$

где b_0, b_1, \dots, b_n – коэффициенты авторегрессии; ε – белый шум, независимая случайная величина; Y_{i-1} – предыдущее значение временного ряда; Y_i – текущее значение временного ряда.

Для того, чтобы сделать прогноз развития экономических процессов на основе этих моделей можно использовать программный пакет MS Excel [3,8]. Рассмотрим статистические данные объема вкладов населения Азербайджана и проведем статистическую обработку данных, с помощью чего построим эконометрические модели авторегрессии. Данные объема вкладов возьмем за 1994-2011 годы по данным государственного статистического комитета [11, 12], которые по интуитивным соображениям уровней соответствующего временного ряда более приближенно возможно могут описываться авторегрессионными моделями. Для начала экспортируем значения государственного статистического комитета за выбранный период. Всего имеется 18 значений.

График объема вкладов представляет собой ярко выраженный линейный тренд (см. Приложение 1).

На основе проведенных компьютерных расчетов сделаем прогноз вкладов на следующие три года. Для этого необходимо найти авторегрессию нашего ряда, то есть тесноту связи между соседними членами ряда. Скопируем со сдвигом в одну ячейку наш временной ряд и вставим его в столбец “С”.

Далее, рассчитаем коэффициенты авторегрессии для вкладов. Для расчетов коэффициентов воспользуемся надстройкой кАнализ Данныхъ и разделом кРегрессияъ. В поле квадратной интервал Уъ введем значения котировок из столбца “В”. В поле квадратной интервал Хъ введем значения тех же котировок сдвинутых на один интервал. Следует заметить, что последнее значение у сдвинутого интервала “В19” и первое значение “В2” не входит в выделение.

После этого выйдет отчет по регрессии. Разберем более подробно этот отчет. Коэффициент R-квадрат показывает качество модели, чем выше это значение, тем лучше. Полученное уравнение авторегрессии достаточно адекватно описывает экспериментальные данные. Для рассматриваемого примера P-значение больше

15%, значит коэффициенты AR(1), считаются незначимыми. Здесь значимость F равна нулю, а это говорит о хорошем качестве всего авторегрессионного уравнения. Коэффициенты b_0 и b_1 , рассчитанные для нашей регрессионной модели являются определяющими характеристиками изменения тренда.

Модель динамики вкладов населения в итоге описывается следующим уравнением:

$$Y(t)=34,4207+1,3143*Y(t-1).$$

Теперь дадим прогноз по построенной модели. Для этого в колонке "D" введем формулу нашей авторегрессии AR(1).

$$=34,4207+1,3143*C3$$

Авторегрессия будет строится только до 20 строчки, пока есть значение объема. Далее необходимо прогнозировать уже от предыдущего прогноза, поэтому в ячейке "C21" введем формулу, берущую значения предыдущего прогноза:

$$"C22"=D21$$

$$"C23"=D22 \text{ и т.д.}$$

После полученных значений считаем значение нашей прогнозной модели для ячеек "D21 – D23".

Построим значения исходного ряда и прогнозные значения на основе авторегрессии. Авторегрессия первого порядка отражающая линейную зависимость $Y(t)$ только от одного прошлого значения $Y(t-1)$. После анализа расчетов по компьютерной модели созданной в Excel. Получится график прогнозных значений (см. Приложение 1).

Заметим, что для изучаемой задачи построено только линейно-регрессионное уравнение, которое описывает линейный тренд. Так же можно описывать движение экономических показателей при помощи экспоненциальных, логарифмических или полиноминальных трендов для других статистических значений показателей. Процедуру использования электронных расчетов можно применить также при описании движения различных показателей в финансовых и других рынках, где присутствуют сильные нелинейности и хаотичность, можно спрогнозировать движения этих показателей в будущих периодах времени.

Теперь проиллюстрируем результаты наших исследований по тем же статистическим данным, дающие более точное по сравнению с авторегрессией первого порядка математическое описание, выраженное в виде авторегрессионных уравнений 2-го порядка.

Процедура построения авторегрессии второго порядка заключается в следующем: сперва нужно скопировать значения из ячеек B2..B19 в ячейки C3..C20 (со сдвигом вниз на одну строку). Первое значение 8,4 должно оказаться в ячейке C3, а ячейка C2 должна остаться свободной. Затем должны быть скопированы значения из ячеек C3..C20 в ячейки D4..D21 (со сдвигом вниз на две строки). Первое значение 8,4 должно оказаться в ячейке D4, а ячейки D2..D3 должны остаться свободными, после чего необходимо вызвать функцию построения регрессии. Далее в поле независимых переменных X надо ввести блок ячеек от C4 до D20 - две колонки. На следующем шаге в поле зависимых переменных Y вводится блок ячеек от B4 до B19 и определяется блок вывода результатов, например B26..D28. В конце нажимается клавиша Ok для

проведения расчетов.

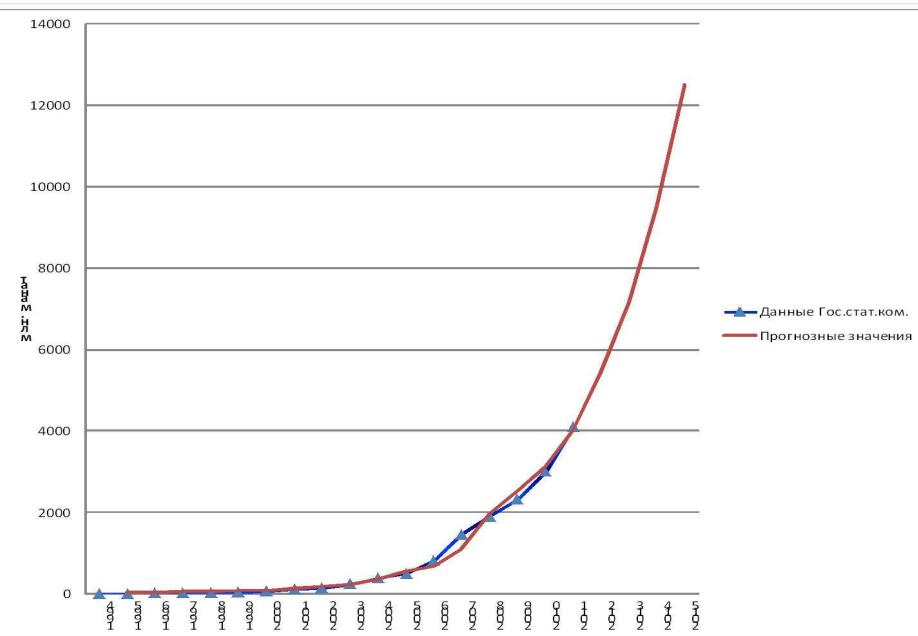
Проведя вышеуказанные процедуры находим окончательные результаты расчетов для авторегрессионных уравнений второго порядка (см. Приложение 2)

$$Y(t)=30,874+1,51Y(t-1)-0,258Y(t-2).$$

Чтобы изучаемые процессы были стационарными надо, чтобы корни соответствующих характеристических уравнений должны лежать вне единичного круга [10]. Для модели AR(1) характеристическое уравнение выглядит так: $1 - 1.3143z = 0$. Корень уравнения $z \approx 0.761$, т.е. $|z| < 1$. Это означает, что процесс нестационарный. А для модели AR(2) характеристическое уравнение выглядит так: $1 - 1.51z - 0.258z^2 = 0$. Корни уравнения $z_1 \approx -6.45, z_2 \approx 0.6$, ввиду того, что один из корней уравнения по модулю меньше единицы процесс также является нестационарным, что приводит динамику движения обоих процессов к неустойчивому состоянию во времени, т.е. после длительного времени процесс может носить взрывной характер.

Год	Объем вкладов населения Азербайджана	Значение X для регрессии	Прогнозные значения	ПРИЛОЖЕНИЕ 1	
				1	2
1994	8,4				
1995	12,1	8,4	45.46060883	3	
1996	21,9	12,1	50.32341194	4	
1997	31,6	21,9	63.20326882	5	
1998	37,5	31,6	75.951689859	6	
1999	51,8	37,5	83.70589814	7	
2000	79,3	51,8	102.499975	8	
2001	117	79,3	138.6424305	9	
2002	153,4	117	188.1904514	10	
2003	251,9	153,4	236.0299198	11	
2004	403,1	251,9	365.4856242	12	
2005	494,5	403,1	564.203416	13	
2006	819,5	494,5	684.3277955	14	
2007	1468,4	819,5	1111.465906	15	
2008	1905,3	1468,4	1964.29643	16	
2009	2334,9	1905,3	2538.501478	17	
2010	3029,8	2334,9	3103.112347	18	
2011	4119,8	3029,8	4016.399341	19	
2012		4119,8	5448.954851	20	
2013		5448.954851	7195.824673	21	
2014		7195.824673	9491.685213	22	
2015		9491.685213	12509.06839	23	

A	B	C	D		
ВЫВОД ИТОГОВ					
Регрессионная статистика					
Множественный R	0.99552956				
R-квадрат	0.991079116				
Нормированный R-квадрат	0.990484391				
Стандартная ошибка	121.3349061				
Наблюдений	17				
Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	1	24533709.7	24533709.7	1666.447765	8.63847E-17
Остаток	15	220832.3917	14722.15945		
Итого	16	24754542.1			
Коэффициенты					
Y-пересечение	34.4207315	Стандартная ошибка	36.29807484	t-статистика	0.94827981
Переменная X 1	1.31427111		0.03219505	P-Значение	0.358015441
				Нижние 95%	-42.94678363
				Верхние 95%	111.7882466
				Нижние 95.0%	-42.94678363
				Верхние 95.0%	111.7882466
				Нижние 95%	1.382893236
				Верхние 95%	1.245648985
				Нижние 95.0%	1.382893236



$$Y = 34,4207 + 1,3143 \cdot Y(t-1)$$

Год	Объем вкладов	Значение X1 для регрессии	Значение X2 для регрессии	Прогнозные значения	1	ПРИЛОЖЕНИЕ 2	
1994	8.4				2		
1995	12.1	8.4			3		
1996	21.9	12.1	8.4	46.98749805	4		
1997	31.6	21.9	12.1	60.83758798	5		
1998	37.5	31.6	21.9	72.96453299	6		
1999	51.8	37.5	31.6	79.37705872	7		
2000	79.3	51.8	37.5	99.45776122	8		
2001	117	79.3	51.8	137.3132339	9		
2002	153.4	117	79.3	187.1746945	10		
2003	251.9	153.4	117	232.4436695	11		
2004	403.1	251.9	153.4	371.8544886	12		
2005	494.5	403.1	251.9	574.8683328	13		
2006	819.5	494.5	403.1	673.9678913	14		
2007	1468.4	819.5	494.5	1141.349762	15		
2008	1905.3	1468.4	819.5	2037.804194	16		
2009	2334.9	1905.3	1468.4	2530.541125	17		
2010	3029.8	2334.9	1905.3	3066.887321	18		
2011	4119.8	3029.8	2334.9	4005.870849	19		
2012		4119.8	3029.8	5473.310296	20		
2013			4119.8		21		

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

ВЫВОД ИТОГОВ

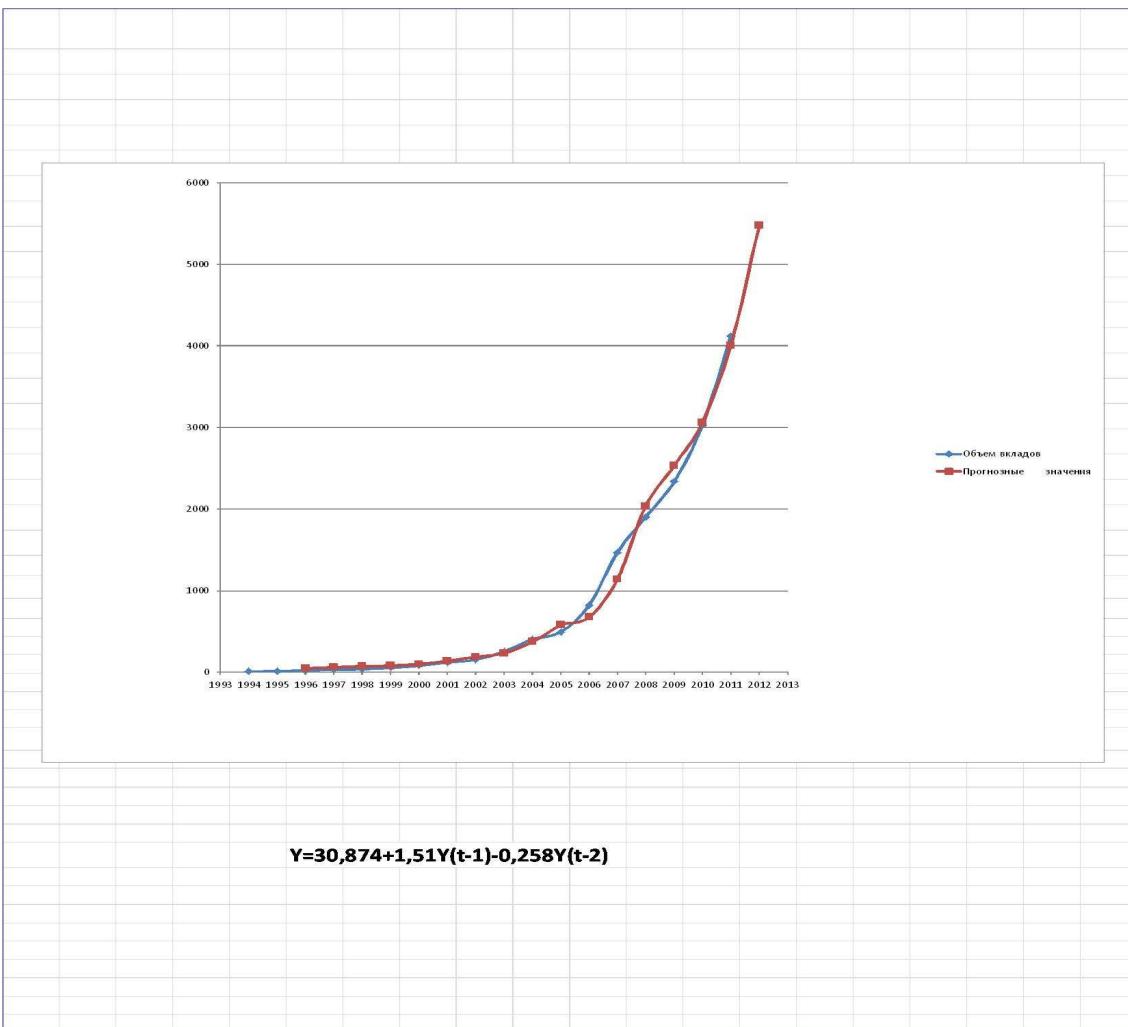
Регрессионная статистика	
Множественность	0.995565748
R-квадрат	0.991151158
Нормированное	0.989789798
Стандартная о	127.5827407
Наблюдения	16

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	значимость F
Регрессия	2	23701764.04	11850882.02	728.05941	4.516E-14
Остаток	13	211605.6243	16277.35571		
Итого	15	23913369.66			

Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Чижные 95% верхние 95%	Чижные 95% нижние 95% верхние 95.0%
Y-пересечение	30.8743622	41.14361304	0.750404739	0.4663766	-58.01101 119.75973 -58.0110098 119.75973
Переменная X	1.510576637	0.284401268	5.311427224	0.0001411	0.8961651 2.1249882 0.89616505 2.1249882
Переменная X	-0.25771922	0.367489438	-0.701296945	0.4954807	-1.0516319 0.5361934 -1.05163188 0.5361934

1.770933396



Список литературы

- [1] Балаш В.А. Методология статистического анализа конъюнктуры рынка сбережений населения: Автореферат дис...доктора экономических наук по спец. 08.00.12. – Москва,2001.
- [2] Егембердиева С., Азатбек Т., Аринова А. Модель оценки эффективности инновационной инфраструктуры Казахстана//Актуальну проблеми економики.- 2012.- №12(138). - с. 340-346.
- [3] Лабскер, Л. Г. Математическое моделирование финансово-экономических ситуаций с применением компьютера (на основе марковских случайных процессов) - 2 изд. - М. : [б. и.], 1998. - 225 с.
- [4] Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. 6-е изд. Перераб. И доп. - М.: Дело, 2004. – 576 с.
- [5] Мельников А.В., Попова Н.В., Скорнякова В.С. Математические методы финансового анализа. М.: Анкил, 2006. — 440 с.
- [6] Орехов Н.А., Сахаров Г.В., Картушин А.А. Введение в моделирование экономических процессов и явлений, 1997.
- [7] Попов Л.А. Анализ и моделирование трудовых показателей: Учебник - 2-е изд.- М. Финансы и статистика, 1999.
- [8] Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. -СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 464 с.
- [9] Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами.- М.: Мир, 1973, 957 с.
- [10] Яновский Л. П., Буховец А. Г. Введение в эконометрику."КноРус" – 2007 - 256 с.
- [11] Statistical yearbook of Azerbaijan 2012. State statistical committee of the Republic of Azerbaijan. Baku - 2013.
- [12] <http://www.azstat.org/MESearch/search> (Ehaliden celb olunmus emanetler)

Эльшар Оруджев
 кафедра "Математическая экономика" БГУ
 E-mail: elsharorucov63@mail.ru

Гюнель Гюльмамедова
 кафедра "Математическая экономика" БГУ
 E-mail: gyunel.gyu@mamedova@gmail.com

Received 25 February 2013

Accepted 29 August 2013