

## Применения спектрального анализа к исследованию коротких временных рядов налоговых поступлений

Ализаде И.А.

---

**Аннотация.** В работе рассматриваются налоговые поступления в государственный бюджет Азербайджанской Республики за период 1995 по 2012 годы, как короткий временной ряд, анализируется спектральными методами, показаны приемы компьютерной реализации в Statistica 10.

**Key Words and Phrases:** Спектральный анализ, временный ряд, функция спектральной плотности, налоговые поступления.

**2000 Mathematics Subject Classifications:** 91B82

---

При анализе экономических временных рядов традиционно различают разные виды динамики. Иногда эти виды динамики комбинируются. Тем самым временный ряд разлагается на составляющие, которые с экономической точки зрения имеют разную существенную характеристику.

Экономические показатели, в частности показатели налоговых поступлений, не всегда ведут себя стационарным образом. Из макроэкономики известно сезонное и циклическое поведение экономических показателей. Кроме того, эти показатели могут иметь тренд. Тренд представляет собой общую систематическую линейную или нелинейную компоненту, которая может изменяться монотонно во времени.

В общем случае временные ряды могут быть предоставлены суммой трех (иногда четырех) составляющих [1,2]:

где

- долговременная тенденция развития (тренд);
- сезонная компонента;
- случайная компонента.

Функция определяет общую тенденцию развития исследуемого процесса. Тренд может быть выражен как детерминированной, так и стохастической функциями, либо их разными комбинациями. Тенденция соответствует медленному изменению, проходящему в некотором определенном направлении, которое сохраняется в течение

---

значительного промежутка времени. Тенденцию называют также трендом или долговременным движением. Прежде, чем перейти к определению тенденции и выделению тренда, необходимо выяснить, существует ли вообще тенденция во временном ряду. Циклические колебания — это более быстрая, чем тенденция, квазипериодическая динамика, в которой есть фаза возрастания и фаза убывания. Наиболее часто цикл связан с колебаниями экономической активности. Сезонные колебания соответствуют изменениям, которые происходят регулярно в течение года, недели или суток. Они связаны с сезонными характеристиками человеческой активности.

Компоненты временного ряда  $f(x)$ ,  $S(x)$ ,  $e(x)$  не наблюдаемы. Они являются теоретическими величинами. Выявление этих компонент и является задачей анализа временного ряда. Детерминированную и периодическую компоненты можно определить с помощью спектрального анализа. Анализ производится специальными компьютерными программами. Популярными являются пакеты Eviews, Fractan, Statistica, наиболее простым — надстройка Microsoft Excel, пакет AtteStat. Однако, не зная теоретических основ методов, невозможно правильно задать исходные параметры для расчетов и сделать правильные выводы по полученным результатам.

Целью спектрального анализа является определение основных существенных гармонических составляющих случайного процесса путем разложения дисперсии процесса по различным частотам [3,4]. Спектральный анализ позволяет исследовать смесь регулярных и нерегулярных спадов и подъемов, выделять существенные гармоники, получать оценку их периода и по значению спектра на соответствующих частотах, судить о вкладе этих гармоник в дисперсию процесса.

Спектральную технику используют обычно для достаточно длинных временных рядов. В настоящее время в связи с оживленным интересом к теории длинных волн часто прибегают к анализу годовых данных. Длина ряда определяется потребностями задачи. Для управленческой деятельности важно знать законы, которые хотя и проявляются на фоне каких-либо длительных тенденций, но их воздействие на экономическую жизнь является определяющим для сравнительно короткого временного интервала и важны для краткосрочного и среднесрочного прогнозирования. Иногда приходится работать с короткими рядами и по другим объективным причинам. Так, для показателей налоговых поступлений Азербайджана не существует длинных годовых рядов. Задавая длину интервала наблюдений, мы фактически фильтруем ряд, исключая возможность наблюдать в динамике цикличности с периодом, превышающим его длину. В коротких рядах фрагменты длинных волн воспринимаются как тренды.

Короткими временными рядами будем называть ряды, имеющие 15-50 наблюдений [5]. Проблемы исследования таких рядов связаны, прежде всего, с надежностью получаемых оценок функции автоковариации и рассчитываемых на их основе оценок функции спектральной плотности. В теории временных рядов принято считать оценку функции спектральной плотности надежной, если длина периода выделенной циклической составляющей 5-7 раз укладывается в длину ряда [5]. Поэтому размерность многих экономических рядов служила препятствием для

анализа их динамики. Надежность оценок периодов колебаний падает с ростом периода. В связи с этим следует осознавать качественную разницу спектральных оценок в различных частотах.

Длительные зависимости нельзя считать надежными, и поэтому вопрос о них, как закономерностях процесса остается открытым. Чтобы сделать вывод о том, что выявленные длительные зависимости являются закономерностями, внутренне присущими развитию данного процесса, следует, если возможно, перейти к рассмотрению показателя за длинный период времени, либо привлечь дополнительные качественные представления о процессе. Средние и короткие цикличности с большей вероятностью можно считать закономерностями развития.

Нестационарность процессов требует для коротких рядов особую внимание. Чтобы как можно меньше исказить динамику ряда, не потерять ценные наблюдения и избавиться от тренда среднего, для коротких рядов представляется оправданным построение полиномиальных трендов с целью получения доступа к отклонениям фактических данных от тренда и извлечения сведений о скрытых в динамике ряда закономерностях. Постепенно увеличивая степень полинома, мы можем контролировать влияние фильтрации, строя график функции спектральной плотности отклонений от тренда.

На практике степень полинома для коротких экономических рядов, как правило, не превышает двух. При включение третьей степени увеличивается ошибка аппроксимации, чаще всего ухудшает статистические характеристики уравнения и коэффициент при этом факторе получается незначимым.

График временного ряда дает общее представление о динамике изучаемого процесса. В ходе предварительного анализа определяют, соответствуют ли имеющиеся данные требованиям предъявляемым к ним математическими методами, строят график временного ряда, рассчитывают основные динамические характеристики, проверяют наличие тренда, сглаживают временный ряд. Для анализа можно использовать статистическую критерию Манна-Уитни для проверки наличия тенденции ряда к возрастанию или убыванию [8]. Практически использования критерия Манна-Уитни дает однозначный ответ о наличии или отсутствия тренда в данных, но при использовании спектральной техники считается расчет критерия совершенно излишним.

Функция спектральной плотности дает исчерпывающую информацию о нестационарности процесса: о наличии тренда и его роли в формировании дисперсии. По соотношению оценки в нулевой частоте и величин всплесков в остальных частотах функции спектральной плотности позволяет понять роль в динамике ряда его составляющих компонент.

Теперь рассмотрим моделирование и прогнозирование циклической динамики на примере показателей некоторых (НДС, налог на прибыль, промышленный налог, налоги связанные с ВЭД) налоговых поступлений Азербайджана за период 1995-2012 год. Эти налоговые поступления формируют основную часть доходов бюджета.

Показатели	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
<b>Налог на добавленную стоимость</b>	30.6	93.9	117.9	143.8	158.1	190.8	253.3	334.9	409.7	452.7	599.9	737.8	1179.2	1910.9	2012.8	2082.5	2222.7	2366.9
<b>Акцизный налог</b>	17.7	41.3	45.3	19.2	22.9	22.4	110.9	86.7	67.0	72.4	141.0	187.4	402.9	486.9	485.1	514.9	480.2	531.5
<b>Налог на прибыль</b>	86.3	122.0	87.7	65.7	73.4	125.9	117.6	147.8	178.3	223.4	355.4	1360.5	2457.7	2862.3	1329.2	1429.9	2134.0	2252.0
<b>Налог на землю</b>	0.8	1.0	4.5	5.0	8.5	6.7	10.4	8.8	11.3	14.1	15.3	18.5	27.1	30.6	26.2	35.3	35.3	30.6
<b>Подходный налог с физических лиц</b>	22.8	41.3	62.6	82.4	90.1	94.0	94.7	109.7	150.4	221.6	317.4	407.3	588.6	627.2	581.9	590.2	715.7	813.0
<b>Налоги, связанные с внешнеэкономической деятельностью</b>	8.9	22.5	67.7	58.6	63.5	63.4	59.9	75.2	92.7	101.5	205.2	139.3	293.3	449.7	418.1	291.8	433.1	592.5
<b>Налог на имущество</b>	0.9	0.9	2.8	4.7	9.8	11.8	12.4	20.0	26.6	32.2	40.4	55.8	72.4	112.9	66.2	101.8	103.9	105.1
<b>Промысловый налог</b>	0.0	8.3	66.2	34.9	35.9	50.4	47.5	50.0	56.7	97.8	53.5	100.2	123.2	147.7	121.9	130.1	129.8	125.8
<b>Прочие налоги</b>	43.8	29.0	5.3	6.8	4.9	9.0	7.3	2.4	12.8	16.5	28.1	40.9	68.6	96.8	86.8	90.3	140.6	157.6

Таблица. Налоговые поступления в бюджет Азербайджана за период 1995-2012 г.г. (в миллион манатах) [6].

Рассматриваемый нами временный интервал начинается, когда в Азербайджане начался стабилизация экономики и заканчивается периодом, когда развития экономики набирал высокие темпы. Для анализа будем применить методику спектрального анализа, позволяющий статистически оценить закономерности появления всплесков и отделить их от чисто случайных. Спектральный анализ позволит распознать основные периодические компоненты и в дальнейшем использовать их в других моделях прогнозирования.

Визуальный анализ графиков временного ряда позволяет определить наличие тренда и его характер, наличие сезонных и циклических компонент.

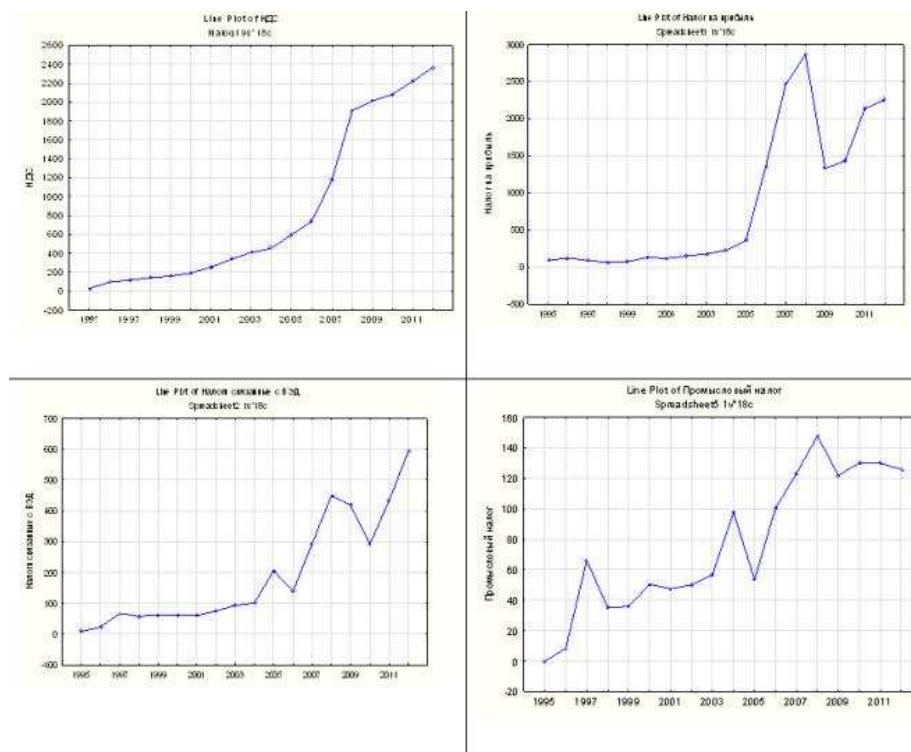


Рисунок. Графики поступлений НДС, налог на прибыль, промышленный налог, налоги связанные с ВЭД

Несмотря на многообразие динамики налоговых поступлений, все ряды обрабатывались по единой методике. Для всех рядов тренд среднего удалялся методом первых разностей. В преобразовании Фурье автокорреляционной функции использовалось "окно" Парзена, обеспечивающее лучшее сглаживание оценок. На таких коротких рядах целесообразно применять веса, позволяющие получать более обобщенные и точные оценки.

Сначала спектральному анализу были подвергнуты не преобразованные исходные данные по поступлению налогов. Спектральный анализ самих показателей только подтвердил нестационарность процессов, наблюдаемых на графиках.

В Statistica 10 построим график периодограммы и функцией спектральной

плотности ЭТИХ налогов.

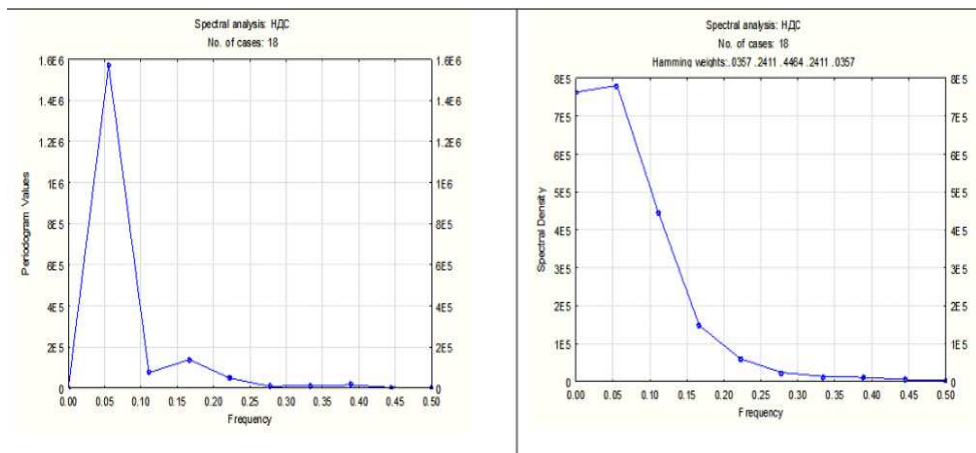


Рисунок. Спектрограмма и спектральная плотность НДС

На графике периодограммы НДС виден четкий пик, на частоте 0,06. Конкретную длину периодов можно выяснить с помощью таблицы результатов спектрального анализа.

Spectral analysis: НДС (Nalogi)							
No. of cases: 18							
	Frequency	Period	Cosine Coeffs	Sine Coeffs	Periodogram	Density	Hamming Weights
0	0.000000		-0.0000	0.0000	0	763663.1	0.035714
1	0.055556	18.00000	406.2737	-98.4717	1572795	781320.1	0.241071
2	0.111111	9.00000	-86.1266	-30.1043	74917	447735.9	0.446429
3	0.166667	6.00000	19.5386	122.5228	138542	148107.0	0.241071
4	0.222222	4.50000	72.9749	-8.7757	48621	60296.7	0.035714
5	0.277778	3.60000	-8.9919	-29.4635	8541	24117.4	
6	0.333333	3.00000	-11.2614	36.0169	12816	13294.1	
7	0.388889	2.57143	39.2173	12.6573	15284	10843.8	
8	0.444444	2.25000	9.3507	-14.1791	2596	5394.6	
9	0.500000	2.00000	0.5219	0.0000	2	2344.6	

Таблица. Результаты спектрального анализа налога на прибыль

Из таблицы видно, что частоте 0,06 соответствует значение 18 периода. Это начало и конец исследуемого интервала. Поэтому можно утверждать, что НДС не имеет циклический характер.

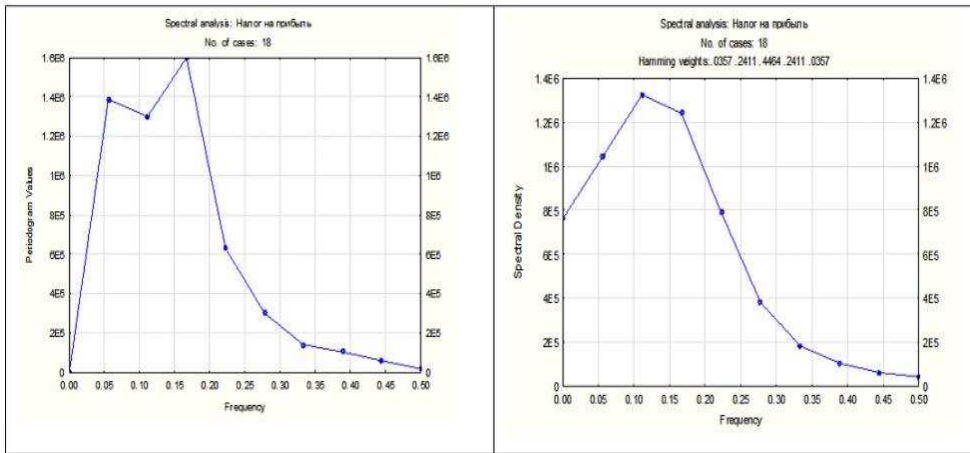


Рисунок. Спектрограмма и спектральная плотность налога на прибыль

На графике периодограммы налога на прибыль видны два четких пика. Максимальный - на частоте 0,17. Посмотрим таблицу результатов спектрального анализа.

Spectral analysis: Налог на прибыль (Nalogi)							
No. of cases: 18							
	Frequency	Period	Cosine Coeffs	Sine Coeffs	Periodogram	Density	Hamming Weights
0	0.000000		-0.000	0.000	0	762439	0.035714
1	0.055556	18.00000	298.399	-255.425	1388557	1040330	0.241071
2	0.111111	9.00000	-179.395	335.284	1301382	1323799	0.446429
3	0.166667	6.00000	406.768	110.681	1599398	1240033	0.241071
4	0.222222	4.50000	-0.030	-264.662	630414	790869	0.035714
5	0.277778	3.60000	-168.830	69.709	300265	380619	
6	0.333333	3.00000	25.380	122.143	140067	184571	
7	0.388889	2.57143	98.802	42.184	103873	105698	
8	0.444444	2.25000	58.197	-56.099	58805	62851	
9	0.500000	2.00000	-45.315	0.000	18481	44022	

Таблица. Результаты спектрального анализа налога на прибыль

Из таблицы видно, что частота 0,17 соответствует значение 6 периода. Поскольку данные налоговых поступлений налога на прибыль представляют собой годовые значение, можно заключить 6 летний цикл поступлений налога на прибыль.



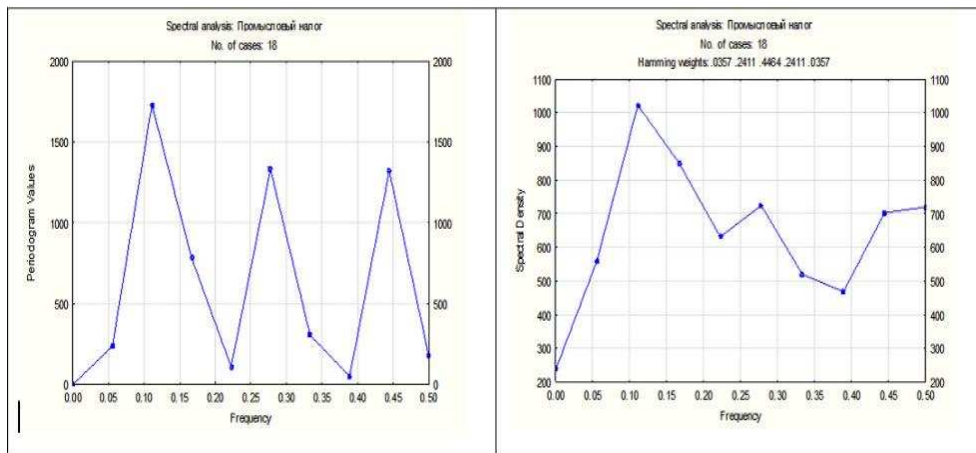


Рисунок. Спектрограмма и спектральная плотность промыслового налога

На графике периодограммы промышленного налога видны три четких пика. Максимальный - на частоте 0,11. Конкретную длину периодов выясним с помощью таблицы результатов спектрального анализа.

Spectral analysis: Промысловый налог (Nalogi)							
No. of cases: 18							
	Frequency	Period	Cosine Coeffs	Sine Coeffs	Periodogram	Density	Hamming Weights
0	0.000000		0.0000	0.00000	0.000	237.921	0.035714
1	0.055556	18.00000	2.2550	-4.61163	237.170	559.452	0.241071
2	0.111111	9.00000	-9.6473	9.95756	1730.001	1022.767	0.446429
3	0.166667	6.00000	-1.3889	9.23754	785.352	850.269	0.241071
4	0.222222	4.50000	-1.1016	-3.32514	110.431	632.070	0.035714
5	0.277778	3.60000	-12.0344	1.73461	1330.531	724.062	
6	0.333333	3.00000	3.4111	-4.72146	305.349	520.318	
7	0.388889	2.57143	-0.3040	-2.34306	50.241	468.495	
8	0.444444	2.25000	10.8654	-5.36344	1321.414	703.200	
9	0.500000	2.00000	-4.4556	0.00000	178.671	720.463	

Таблица. Результаты спектрального анализа промышленного налога

Из таблицы видно, что частота 0,11 соответствует значению 9 периода. Налоговые поступления промышленного налога тоже представляют собой годовые значения, поэтому можно заключить 9 летний цикл поступлений промышленного налога.

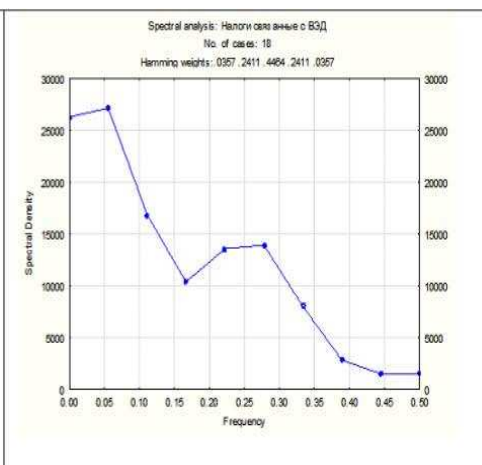
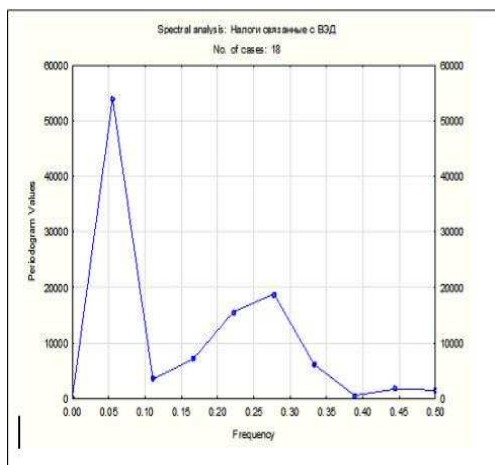


Рисунок. Спектрограмма и спектральная плотность налогов связанные с ВЭД

На графике периодограммы налогов связанные с ВЭД видны два четких пика. Максимальный - на частоте 0,06. Создадим таблицу результатов спек-трального анализа.

Spectralanalysis: Налоги связанные с ВЭД (Nalogi)							
No. ofcases: 18							
	Frequency	Period	Cosine Coeffs	Sine Coeffs	Periodogram	Density	Hamming Weights
0	0.000000		0.0000	0.0000	0.00	26262.94	0.035714
1	0.055556	18.00000	76.1762	-13.8546	53952.87	27110.56	0.241071
2	0.111111	9.00000	-9.4243	17.3204	3499.34	16840.65	0.446429
3	0.166667	6.00000	23.2345	15.8215	7111.45	10380.97	0.241071
4	0.222222	4.50000	30.5229	-28.3383	15612.40	13563.40	0.035714
5	0.277778	3.60000	-19.3853	-41.4122	18816.82	13909.06	
6	0.333333	3.00000	-25.5210	5.1968	6104.97	8009.37	
7	0.388889	2.57143	1.1293	-7.6617	539.79	2842.98	
8	0.444444	2.25000	-12.3117	5.9295	1680.64	1516.79	
9	0.500000	2.00000	12.8512	0.0000	1486.38	1512.42	

Таблица. Результаты спектрального анализа налогов связанные с ВЭД

Таблица результатов показывает, что частоте 0,06 соответствует значение 18 периода. Это начало и конец исследуемого интервала. Поэтому можно утверждать, что налоги связанные с ВЭД тоже не имеет циклический характер.

Одновременный анализ графиков налоговых поступлений и графиков функцией спектральной плотности показал, что функция спектральной плотности очень чутко реагирует величиной оценки в окрестности нулевой частоты на степень нестационарности процесса, проявляющуюся в измене-ниях среднего.

Анализ динамики налоговых поступлений Азербайджана за 18-летний период выявил в некоторых видах налогов страны закономерности чередования спадов и подъемов.

Исходя из сказанного, можно определить место получаемых прогнозов - это альтернативные прогнозы, построенные на закономерностях, выявлен-ных в пределах информационной базы. Они полезны в качестве варианта развития при условии некоторой инерционности системы. Кроме того, они незаменимы при исследовании динамики экзогенных показателей и отклоне-ний в эконометрических много размерных моделей при построении прогно-зов и сценарного анализа.

**Список литературы**

- [1] Э.Г.Оруджев. Финансовая математика и ее информатика. Баку, Издательство "BDU", 2010, 217 стр, на азерб.яз.
- [2] Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Пер.с англ.Под ред.В.Ф.Писаренко.- М.: Мир,1974, кн.1, 406 стр.
- [3] Гренжер К., Хатанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. - М.:Статистика, 1972.
- [4] Дженкинс Г., Ватте Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 1.- М.: Мир,1971.
- [5] Ковалева Г.Д., Ягольницер М.А.Типизация периодического производственного о процесса методами спектрального анализа. Статистическое моделирование экономических процессов. - Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1991.
- [6] <http://www.stat.gov.az>. Интернет сайт Государственного комитета по статистике Азербайджанской Республики.
- [7] В.П.Боровиков, Г.И.Ивченко. Прогнозирование в системе Statistica в среде Windows.Основы теории и интенсивная практика на компьютере. Изд.Финансы и статистика, 2001, 384 стр.
- [8] Орлов А.И. Прикладная статистика. М.: Издательство "Экзамен", 2004. - 656 с.

Ализаде И.А.

*Бакинский Государственный Университет*

*Кафедра "Математическая экономика"*

*E-mail: akhisar@marmara.edu.tr*

Received 13 April 2013

Accepted 29 August 2013