

Аттракторы и их Типы в Диссипативных Системах

А.Ш.Кахраманов, С.Б.Багиров

Аннотация. В работе рассмотрены различные типы аттракторов и их отличия: регулярные, аттрактор Лози, странные аттракторы и Лоренца. Дано определение аттрактора диссипативной динамической системы с конечным числом степеней свободы, притягивающие к себе неустойчивые нанообъекты и образующие стационарные фракталы.

Показано, что аттракторы, подобны предельным циклам, притягивающие к себе неустойчивые объекты из “бассейнов” систем и образующие геометрические фракталы в диссипативных структурах; приведены примеры таких систем на межслоевых структурах.

Key Words and Phrases: аттрактор, степень, регулярные аттракторы, диссипация, динамика, волны.

2010 Mathematics Subject Classifications: 28A80, 81Q35

1. Введение

При изучении диссипативных систем предварительно желательно рассмотреть разновидность самоподдерживающихся волн в активных средах (так называемые автоволны). К ним часто относят и стационарные упорядоченные распределения – диссипативные структуры – , описываемых диффузионными уравнениями. Прежде чем перейти к описанию понятия аттрактора рассмотрим незатухающие колебания в диссипативной нелинейной системе, поддерживаемые за счет энергии внешнего источника, параметры которых определяются свойствами самой системы и не зависят от конечного изменения начальных условий – (автоколебания) [1]. Автоколебания принципиально отличаются от других колебательных процессов в диссипативных системах тем, что для их поддержания не требуется колебательных воздействий извне. При изучении диссипативных систем их описывают уравнениями. Представление решения этих уравнений как движения некоторой точки в пространстве с размерностью, равной числу переменных, называют фазовыми траекториями системы. Поведение фазовой траектории в смысле устойчивости показывает, что существует несколько его типов, когда все решения системы в конечном счете сосредотачиваются на некотором подмножестве.

Аттрактор – множество состояний (точнее-точек фазового пространства) динамической системы, к которому она стремится с течением времени. Так наиболее простыми вариантами аттрактора являются притягивающая неподвижная точка (к примеру, в задаче о маятнике трением о воздух) и периодическая траектория (пример — самовозбуждающиеся колебания в контуре с положительной обратной связью), однако бывают и значительно более сложные примеры.

Аттракторы классифицируют по:

Формализации понятия стремления: различают максимальный аттрактор, не блуждающее множество, аттрактор Милнора, центр Биркгофа, статистический и минимальный аттрактор.

Регулярности самого аттрактора: делят их на регулярные (притягивающая неподвижная точка, притягивающая периодическая траектория, многообразие) и странные (нерегулярные — зачастую фрактальные и/или в каком-либо сечении устроенные как канторово множество; динамика на них обычно хаотична).

Локальности (к притягивающему множеству) и глобальности (здесь же — термин минимальный в значении неделимый). Простейший нетривиальный аттрактор — замкнутая траектория, к которой стремятся все ближайшие траектории — называемый предельным циклом.

К понятию аттракторов приходят когда рассматривают общую классификацию фракталов: геометрические, алгебраические, стохастические и др. Алгебраические фракталы получают с помощью нелинейных процессов в n - мерных пространствах (например в двумерных процессах). Интерпретируя нелинейный итерационный процесс, как дискретную динамическую систему пользуются терминологией теории систем фазового портрета, установившегося процесса, аттрактора и т.д. Каждое устойчивое состояние — аттрактор — обладает некоторой областью начальных состояний; из которых система обязательно попадает в рассматриваемые конечные состояния. Фазовое пространство таким образом разбивается на области притяжения аттракторов. Определение области притяжения аттракторов является также актуальной задачей.

Изменение во времени состояния автономной динамической системы описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений [2-3]

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_N, \mu_1, \dots, \mu_k) \tag{1}$$

или

$$x_{n+1}^i = f_i(x_n^1, x_n^2, \dots, x_n^N, \mu_1, \dots, \mu_k),$$

$i = 1, 2, \dots, N,$

здесь $x_i(t)$ (или x_n^i) — переменные, однозначно описывающие состояние системы (ее фазовые координаты); μ_l ($l=1, 2, \dots, k$) — параметры системы; $f_i(x, \mu)$ — в общем случае нелинейные функции. Решение системы (1) существует, единственно для данных начальных условий $x_i(0)$ (или x_0^i) и гладко зависит от изменения начального состояния (теорема Коши). Здесь мы будем говорить исключительно об автоколебательных режимах движения системы (1). Это означает, что в системе существуют установившиеся колебания, характеристики которых не зависят в определенных пределах от выбора начального состояния. Фазовое пространство R^N системы (1), фиксирует значения всех параметров μ_k . Пусть имеется некоторая конечная (или бесконечная) область G_1 , принадлежащая R^N , которая включает в себя подобласть G_0 . Области G_1 и G_0 удовлетворяют следующим условиям:

1. Для любых начальных условий $x_i(0)$ (или x_0^i) из области G_1 при $t \rightarrow \infty$ (или $n \rightarrow \infty$) все фазовые траектории рано или поздно достигают области G_0 ;
2. Область G_0 представляет собой минимальное компактное подмножество в фазовом пространстве системы;
3. Если фазовая траектория принадлежит области G_0 в момент времени $t=t_1$ ($n=n_1$), то она будет принадлежать G_0 всегда, т.е. для любых $t \geq t_1$ ($n > n_1$) фазовая траектория будет находиться в области G_0 .

Если эти условия выполняются, то область G_0 называется аттрактором динамической системы (1). Другими словами, аттрактор G_0 – это инвариантное относительно закона (1) минимальное предельное множество траекторий системы, куда стремятся и там остаются любые траектории из области G_1 , охватывающей G_0 . Область G_1 называется областью (или бассейном) притяжения аттрактора G_0 . В области G_1 могут существовать исключительно переходные, нестационарные типы движений. Предельное множество G_0 отвечает установившимся (предельным) типам движения.

а) Регулярные аттракторы

До открытия детерминированного хаоса было известно всего три типа устойчивых установившихся решений динамической системы (1): состояние равновесия, когда после переходного процесса система достигает стационарного (не меняющегося во времени) состояния, устойчивое периодическое решение и устойчивое квазипериодическое решение. Соответствующими аттракторами дифференциальной системы в этих случаях являются: точка в фазовом пространстве, предельный цикл и предельный n -мерный тор. Сигнатура спектра ляпуновских характеристических показателей (ЛХП) фазовой траектории в этих случаях будет [2]:

$-, \dots, -$ - состояние равновесия

$0, -, \dots, -$ - предельный цикл

$\underbrace{0, 0, \dots, 0}_n, \dots, -$ - n -мерный тор, $n \geq 2$

Непериодическим решением системы (1) могут соответствовать странные хаотические аттракторы сложной геометрической структуры, которые имеют, по крайней мере, один положительный ляпуновский показатель и, как следствие, дробную размерность, определяемую по формуле Каплана-Йорка [3]:

$$D = J + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{|\lambda_{j+1}|} \quad (2)$$

где j наибольшее целое число, для которого

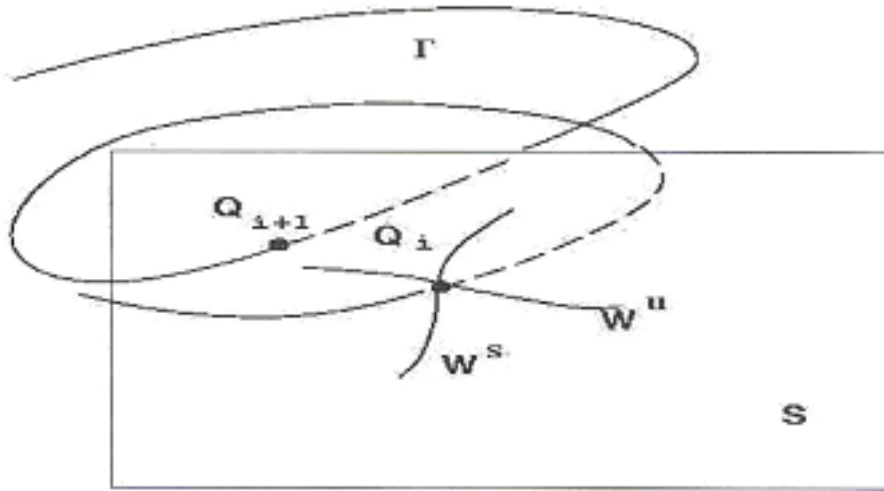
$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_j \geq 0$$

Ляпуновская размерность D , рассчитанная по формуле (2), представляет собой одну из фрактальных размерностей множества и служит оценкой снизу для метрической размерности аттрактора. То обстоятельство, что указанные типы решений являются асимптотически устойчивыми, а размерность D дается целым числом и строго совпадает с метрической, позволяет назвать указанные типы аттракторов регулярными. Нарушение одного из сформулированных условий исключает аттрактор из класса регулярных. Нерегулярные аттракторы требуют введения специальной классификации [4].

б) Странные (хаотические) аттракторы

Явление детерминированного хаоса и понятие странного аттрактора во многих работах практически однозначно связывают друг с другом [1-2].

Доказательство существования странного аттрактора было дано в жестком предложении, что динамическая система (1) является грубой гиперболической. Система является гиперболической, если все фазовые траектории седловые. Точка как образ траектории в сечении Пуанкаре в гиперболической системе всегда является седлом. Грубость означает, что при малом возмущении правых частей (1) и вариации управляющих параметров в конечной области их значений все траектории продолжают оставаться седловыми [2].



Рис

1. Седловая точка Q_i как образ гиперболической траектории в сечении Пуанкаре [2]

На рис. 1. представлена седловая траектория Γ и соответствующие точки Q_i ее пересечения с секущей поверхностью Пуанкаре S . Данный рисунок иллюстрирует также локальное поведение устойчивых и неустойчивых многообразий седловой точки Q_i

Локально точка Q_i пересечения Γ с S является грубым седлом ,оказывается недостаточным для грубой гиперболичности. Необходимы некоторые условия относительно глобальных (нелокальных) свойств устойчивых и неустойчивых многообразий.

Обратимся к рис.2 , в силу наличия аттрактора устойчивые и неустойчивые многообразия W^S и W^U обязаны быть сосредоточены в области G_0 . При этом могут пересекаться с образованием гомоклинических точек (поверхностей),образуя так называемые гомоклинические структуры, которые в грубых гиперболических системах обязаны быть грубыми. Это означает, что с топологической точки зрения структура пересечения W^S и W^U должна соответствовать (рис.2,а) и не меняться качественно при возмущениях. Случаи на рис. 2 ,б и в исключаются из рассмотрения, так как характеризуют два негрубых явления : явления замыкания многообразий с образованием петли(рис 2,б) и явления касания устойчивого и неустойчивого многообразий(рис 2,в).Если нелокальные свойства многообразий при возмущениях динамической системы приводят к негрубым ситуациям, изображенным на рис 2,б, в, возможны бифуркации решений. В грубых гиперболических системах никаких бифуркаций происходить не должно. При возмущениях системы траектория Γ всегда остается седловой, что соответствует случаю на рис 2,а.

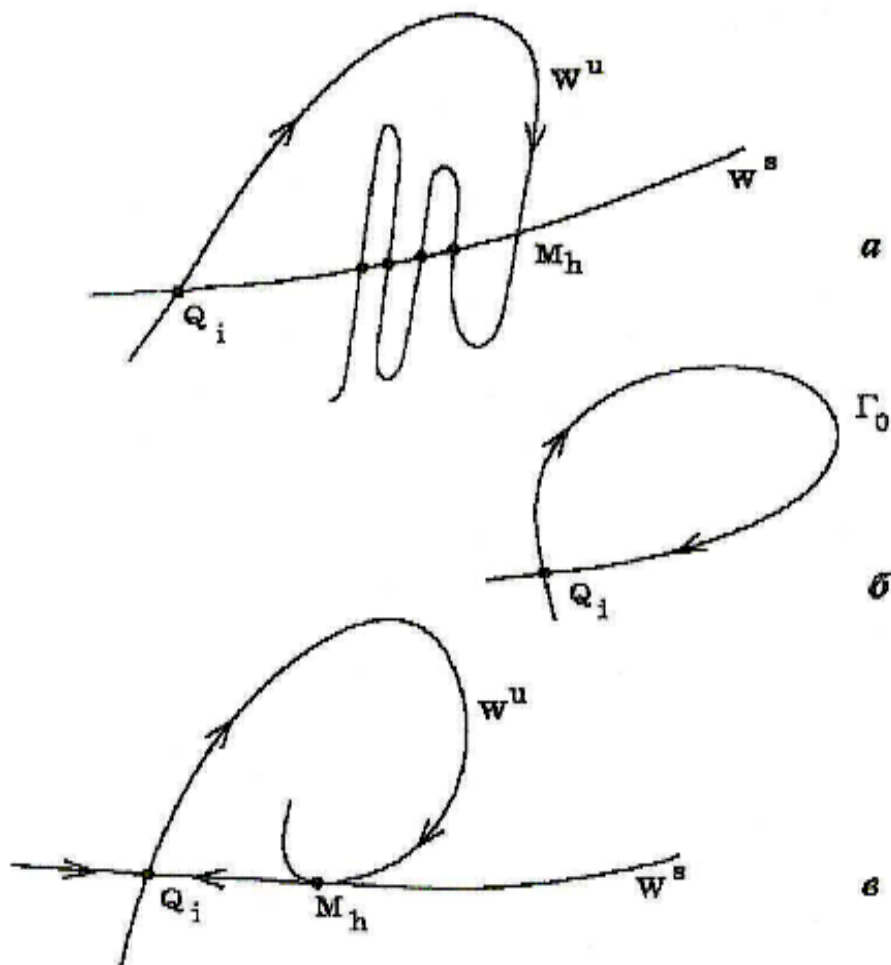


Рис 2. Возможные случаи пересечения устойчивой и неустойчивой сепаратрис седловой точки Q_i в сечении Пуанкаре [3]

Как мы увидим в дальнейшем, негрубые случаи на рис 2,б и (в) являются причиной появления более сложно устроенных хаотических притягивающих множеств – так называемых квазиаттракторов. Странные (в смысле Рюэля-Тakens) аттракторы всегда являются грубыми гиперболическими предельными множествами.

Основной чертой, отличающей странные хаотические аттракторы от регулярных, является экспоненциальная неустойчивость фазовой траектории на аттракторе. Спектр ляпуновских экспонент в этом случае включает, как минимум, один положительный показатель. В соответствии с(2) фрактальная размерность аттрактора всегда больше двух и в общем случае не будет выражаться целым числом. Минимальная размерность фазового пространства, в который можно “вложить” странный аттрактор, оказывается равной трем.

Гиперболические аттракторы называют квазигиперболическими. Известны квазигиперболические аттракторы Лози, Белыха и аттракторы типа Лоренца[3]

Квазигиперболический аттрактор в системе Лози.

Обоснование существования квазигиперболического аттрактора в динамической системе требует доказательств двух положений: 1) в аттракторе все фазовые траектории являются неустойчивыми, 2) при вариации параметров системы устойчивых траекторий не возникает. Эта сугубо математическая задача в силу нелинейности динамиче-

ской системы не может быть решена в общем виде. Однако применительно к некоторым конкретным динамическим системам эта задача, к счастью, имеет решение.

Наиболее простой пример- аттрактор Лози в двумерной дискретной динамической системе:

$$x_{n+1} = 1 - a|x_n| + y_n \quad (3)$$

$$y_{n+1} = bx_n$$

Система (3) представляет собой нелинейное взаимно однозначное диссипативное (для $b < 1$) отображение, который в силу диффеоморфизма является в строгом смысле отображением Пуанкаре некоторой дифференциальной системы с размерностью фазового пространства $N=3$. Поэтому свойства, обнаруженные и доказанные для этой системы, будут достоверно применимы к потоку в R^3 . Теоретически установлено, что в системе (3) в области значений $1.3 < a < 1.8$ существует единственный хаотический аттрактор, который не содержит устойчивых неподвижных точек. Этот аттрактор известен в литературе как квазигиперболический аттрактор Лози, для которого нарушается 2-е условие гиперболичности.

Для аттрактора Лоренца, как и для аттрактора Лози, нарушается одно из требований гиперболичности (условие 2). Аттракторы типа Лоренца обнаружены в ряде систем и являют собой типичный пример квазигиперболических аттракторов. Доказано, что аттрактор Лоренца включает только седловые траектории, при вариации параметров бифуркации в нем отсутствуют, устойчивые точки или циклы не возникают. Аттрактор Лоренца характеризуется качественно теми же свойствами, что и аттрактор Лози, и рассматривается как классический пример квазигиперболического хаоса. Уравнения Лоренца были получены из уравнений Навье-Стокса в задаче о тепловой конвекции и имеют вид:

$$\dot{x} = -\sigma(x-y), \dot{y} = rx - y - xz, \dot{z} = xy - bz, \quad (4)$$

где σ, b, r – управляющие параметры. К уравнениям типа (4) сводятся некоторые модели лазеров, а также модель дискового динамо [2,3-4]. Отметим, что в системе (4) режим квазигиперболического хаоса реализуется в конечной области значений ее управляющих параметров.

Примеры типов аттракторов. [5-8]

Выделяется как минимум три типа аттракторов, имеющие разные фазовые переходы, и которые наглядно можно представить себе как постепенно ускоряющийся поток. Наиболее простой тип аттрактора отражает систему, находящуюся в однородном состоянии равновесия (“неподвижная точка”). Классическим его примером является обычный маятник.

Второй тип аттракторов- это когда наблюдается бифуркация, например, на два или большее число вихрей, что соответствует периодическому и квазипериодическому аттракторам. В качестве примера могут служить структуры так называемых химических часов, т.е химический процесс, в ходе которого раствор периодически меняет свою окраску с голубой на красную. Другими примерами являются, например, человеческое сердце, выполняющее свой цикл много раз каждую минуту, либо Луна, проходящая свои фазы каждый месяц. Это также множество других систем, поведение которых естественным образом укладывается в повторяющиеся предсказуемые циклы.

Как первый, так и второй типы аттракторов еще не обладают принципом фрактальности. Им обладают аттракторы, принадлежащие к третьему типу, так называемые странные, или хаотические аттракторы, где упорядоченное течение переходит уже в детерминистический, или фрактальный хаос, соответствующий фрактальному аттрактору сложных систем.

Что же дает изображение процессов в фазовом пространстве? Взглянув на фазовый протрет физической системы, мы можем прийти к выводу: находится она в состоянии равновесного или неравновесного порядка. Более того, несмотря на их разную физическую сущность два вида порядка можно изобразить на одной и той же диаграмме в виде точек, линий и фигур. Можно также дать диаграмму перехода из одного упорядоченного состояния в другое.

в) Четкость фазовых диаграмм.

Существует класс явлений, противоположных порядку как по физической сущности, так и по характеру изображения на фазовой диаграмме. Их образцы размыты, нечетки, носят случайный, или, как говорят, стохастический характер. Явления, порождающие такие образцы, называются хаотическими.

Нелинейные уравнения, которыми описываются образование и разрушение структур Бенара, называются уравнениями Лоренца. Они связывают между собой координаты фазового пространства: скорости потоков в слое, температуру и управляющий параметр. Интересна динамика процесса с ростом числа Рэлея. Расстояния между оборотами фазовой траектории (их обычно называют ветвями) постепенно сокращаются, и в конце концов изменяется характер аттрактора- фокус переходит в предельный цикл, который потому и называется предельным, что служит пограничной кривой между зонами устойчивости и неустойчивости. Порядок переходит в хаос. В вычислительном эксперименте возникает неустойчивый фокус, а затем проявляется странный аттрактор.

Фазовое пространство оказалось мощным средством для изучения хаоса, потому, что оно позволяет представить поведение нелинейной, хаотической системы в наглядной геометрической форме. Так, поведение большинства нелинейных систем в фазовом пространстве определяется некоторой зоной в нем, называемой аттракторами. В эту зону в конечном итоге притягиваются траектории, изображающие ход процесса. Такие процессы могут происходить и в кристалле.

Рассмотрим аттракторы связанные с неравновесным порядком и отображающиеся в фазовом пространстве точкой (фокус), либо замкнутой кривой (предельный цикл). Другой связан с образованием детерминированного хаоса и отображается ограниченной областью фазового пространства, заполненной непрерывно развивающейся во времени траекторией (странный аттрактор). Для первого случая аттракторов траектории процесса развиваются следующим образом. Если система неустойчива, траектория начинается либо фокусом (неустойчивый фокус), либо предельным циклом (неустойчивый предельный цикл) и постепенно удаляется от своего аттрактора. Если же процесс отображается странным аттрактором, то траектория его эволюции начинается из начальной точки и постепенно заполняет некоторую область фазового пространства. Так что переходы порядка – хаос в терминах аттракции означают переход от аттрактора одного вида (либо фокус, либо предельный цикл) к аттрактору, другого вида.

2. Диссипация между слоями

Объемные дефекты, формирующиеся между слоями в различных кристаллах (GaSe, InSe, Bi_2Te_3 , Sb_2Te_3 и др.) деформируют слои Se-Se в GaSe, $\text{Te}^{(i)} - \text{Te}^{(i)}$ в Sb_2Te_3 и Bi_2Te_3 . С этим могут быть связаны различные механизмы диссипации энергии. Каждый структурный уровень межслоевой системы может иметь определенное пороговое значение потока диссипативной энергии. Если оно превысит максимальный размер длины между квинтетами слоя тогда грозит разрушение приграничной поверхности $\text{Te}^{(i)}$ (например $A \begin{matrix} V \\ 2 \end{matrix} B \begin{matrix} V \\ 3 \end{matrix}$, могут исчезнуть множество квинтетов, при этом только слабо искажая другие слои), повышение температуры может привести к формированию новых новообразований).

2.1. Модель предельного цикла

Как правило, уравнения процессов предельных циклов анализируют с помощью компьютеров, которые вычерчивают возможные траектории и если они сливаются в замкнутую устойчивую кривую- это служит свидетельством, того что у системы есть свой предельный цикл. В реальных системах рассматривают эти траектории не на плоскости, а в пространстве и называют эти траектории не предельными циклами, а аттракторами, потому что они, подобно предельным циклам притягивают к себе из своих “бассейнов” траектории нелинейных процессов [8]. Могут создаваться условия для проявления свойств, обусловленных самоорганизацией диссипативных структур- каскад центров разрушения. В [9] показано, что каскад центров разрушения является фрактальным кластером, который на стадии макро разрушения переходит в перколяционный кластер.

Вышеизложенное разрушение поверхности в металлах и формирование на поверхности (0001) Sb_2Te_3 и GaSe различных нанобъектов размерами более 5 нм наводит к мысли о подобных процессах разрушения областей между квинтетами $\text{Te}^{(i)} - \text{Te}^{(i)}$ $A \begin{matrix} V \\ 2 \end{matrix} B \begin{matrix} V \\ 3 \end{matrix}$ <примесь>, приводящих к формированию в них различных новообразований фрактального характера.

2.2. Роль диффузионных процессов в формировании межслоевых диссипативных структур и в том числе предельных циклов

Предельные циклы встречаются в известных моделях, таких как брюсселятор, модель Лотка-Вольтера [1,6].

В [12-13] выведены условия существования временных диссипативных структур? (предельного цикла) при наличии неидеальности диффузионных процессов в рассматриваемых слоистых системах. Предложенная модель химической системы представляет собой смесь начального A вещества, промежуточных веществ X1 и X2 и конечного B продукта реакции. Предполагается также, что система является открытой для поступления из внешней среды веществ, способных превращаться в X1, X2 внутри реакционного объема. Неидеальность диффузии можно учитывать с помощью модификации закона Фика [12]. Для этого свободная энергия представляется в виде суммы двух частей, одна из которых $f_{0_i} [X_i(r)]$ ($i = 1, 2$) соответствует свободной энергии однородной жидкости, а вторая — свободной энергии, пропорциональной

квадрату градиента концентрации $\nabla X_i : f_i [X_j(r)] = f_{0i} [X_i(r)] + H[\nabla X_i(r)]^2/2$, где коэффициент $H > 0$ характеризует неоднородность диффузионных потоков. Все дальнейшие рассмотрения проведены для одномерного случая. Предполагается, что параметр неоднородности практически одинаков для веществ X_1, X_2 ; запишем плотность соответствующих диффузионных потоков j_i в виде модифицированного закона Фика записывается:

$$j_i = -D_i \frac{\partial}{\partial x} \left(X_i - H \frac{\partial^2}{\partial x^2} X_i \right) \quad (5)$$

Уравнения баланса для концентрации в одномерном случае $\left(\frac{\partial X_i}{\partial t} \right)_{diff} = -\frac{\partial j_i}{\partial x}$ запишутся в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial X_1}{\partial t} = D_1 L_D [X_1] + F_1(X_1, X_2), \\ \frac{\partial X_2}{\partial t} = D_2 L_D [X_2] + F_2(X_1, X_2) \end{cases} \quad (6)$$

где D_i — коэффициенты диффузии идеальной химической системы, постоянные (при постоянной температуре), дифференциальный оператор $L_D = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - H \frac{\partial^4}{\partial x^4}$, и выражения для функций $F_{1,2}(X_1, X_2)$ в рассматриваемой модели можно представить в виде:

$$\begin{aligned} F_1(X_1, X_2) &= a_0 \pm a_1 X_1 + a_2 X_2 - a_3 X_1^2 \pm a_4 X_1 X_2 + a_5 X_2^2 \\ F_2(X_1, X_2) &= b_0 \pm b_1 X_2 + b_2 X_1 - b_3 X_2^2 \pm b_4 X_1 X_2 + b_5 X_1^2 \end{aligned} \quad (7)$$

где a_j и b_j ($j = 1, \dots, 5$) являются положительными постоянными, соответствующими значениям констант скоростей реакций и концентраций начального и конечного веществ реакции. Знаки в (3) выбраны исходя из возможных типов процессов в ходе мономолекулярных и бимолекулярных реакций [6,12].

Для идеальных диффузионных процессов (при $H = 0$) непериодические структуры (7) не возникают, а квазипериодические переходят в однокомпонентные периодические структуры. Таким образом, образование таких неоднородных пространственных структур идет исключительно за счет неоднородности диффузионных потоков при химической реакции

При наличии в химической системе неидеальных диффузионных процессов, т. е. $H \neq 0$, ситуация коренным образом меняется. В этом случае непериодические структуры получают возможность выполнения условия $L_{11} L_{22} < 0$, так как теперь

$$L_{11} = -|L_{11}| + D_1 \lambda_{s,a}^{(n)} \text{ и } L_{22} = -|L_{22}| + D_2 \lambda_{s,a}^{(n)}.$$

Условие возникновения предельного цикла может реализовываться в двух случаях:

1. $L_{11} > 0$ $L_{22} < 0$ при ограничении для возможных значений собственных чисел следующими неравенствами: $\frac{|L_{11}|}{D_1} < \lambda_{s,a}^{(n)} < \frac{|L_{22}|}{D_2}$

2. $L_{11} < 0$ и $L_{22} > 0$, откуда $\frac{|L_{22}|}{D_2} < \lambda_{s,a}^{(n)} < \frac{|L_{11}|}{D_1}$. Таким образом, в двухкомпонентной системе с мономолекулярными и бимолекулярными механизмами реакций может быть выполнено необходимое условие существования диссипативных структур, в том числе предельного цикла [13]. Простейшей физической задачей с параметрическим возбуждением является задача о диффузии частицы или системы частиц в случайном поле скоростей и (r, t) . Введение случайности в параметры среды порождает стохастичность в самих физических полях. Индивидуальные реализации логнормального скалярного двумерного поля $f(R, t)$, где $R = (x, y)$ напоминают сложный горный

easigwaft со случайно распределенными пиками, провалами, хребтами и перевалами [12]. В [11,12] приведены примеры реализаций посредством численного моделирования двух случайных полей с разной статистической структурой.

Полученные нами изображения (рис.3-4) на атомно силовом микроскопе (АСМ) являются экспериментальными подтверждениями теоретических исследований работы [12].

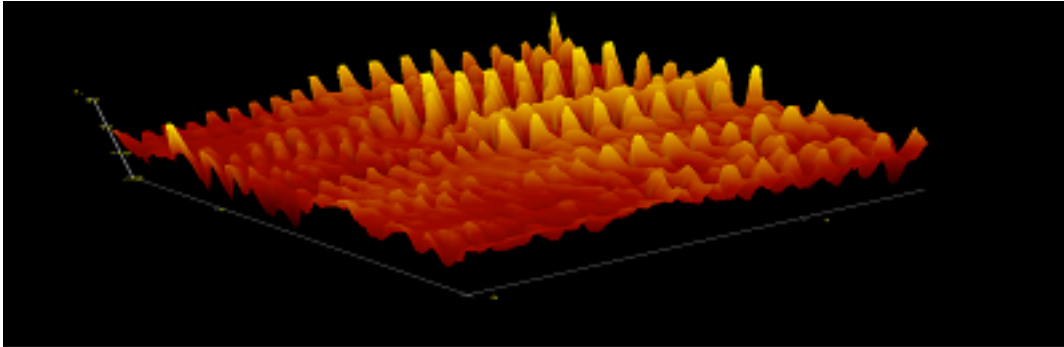


Рис.3. Области структур, отвечающие предельным циклам – это наостровки в слоистых системах.

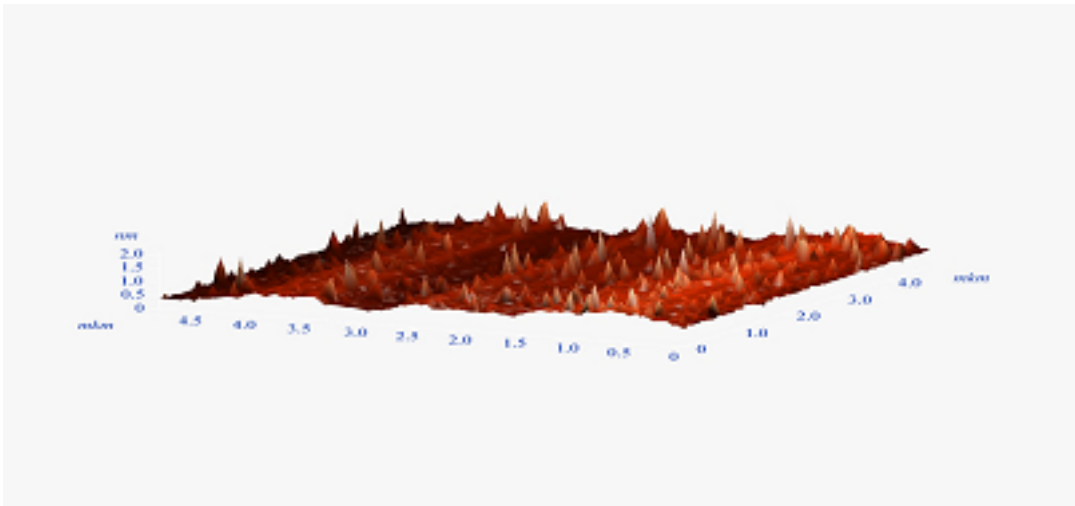


Рис.4. Высота наноостровков (0,5 – 2,0) нм с устойчивой межслоевой структурой, так называемых предельных образований.

3. Заключение

В качестве математического образа хаотических автоколебаний рассмотрены понятия грубого гиперболического и квазигиперболического аттракторов и проанализированы их основные свойства. Гиперболические и квазигиперболические аттракторы отражают классические свойства детерминированного хаоса, но являются в определенной степени идеальной моделью хаоса. Это отражается в основных свойствах гиперболических аттракторов: гиперболический характер всегда единственный, имеет однородный бассейн притяжения, не меняет своей структуры при вариации параметров системы и начального состояния. В то же время гиперболический аттрактор характеризуется экспоненциальной неустойчивостью фазовых траекторий на нем и фрактальной геометрией, т.е является странным в сравнении с регулярным аттрак-

тором.

Возможность существования периодического асимптотически устойчивого движения, которое изображается изолированной замкнутой траекторией в фазовом пространстве системы, к которой со временем притягиваются траекторией из некоторой окрестности независимо от начальных условий, обеспечиваются только в нелинейных диссипативных системах, между квинтетами кристаллических решеток слоистых систем.

Анализ различных видов аттракторов в диссипативных системах не выявил в литературе соответствующие им в пространстве предельные циклы и сформированные фрактальные нанообъекты. Однако, обнаруженные нами в слоистых системах, нанообъекты подтвердили существование трехмерных предельных циклов в виде областей фрактального характера.

Список литературы

- [1] Аносов Д.В. Динамическая система Математическая энциклопедия. М.: Сов. Энциклопедия, 1979.
- [2] Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: наука, 1990,
- [3] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.В., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва-Ижевск: Институт комп. иссл., 2003.
- [4] Андропов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э, Теория колебаний. М.: Наука, 1981
- [5] Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988
- [6] Анищенко В.С. Детерминированный хаос, Соросовский образовательный журнал. 1997. N 6. С. 70-76
- [7] Павлов А.Н., Янсов Н.Б., Анищенко В.С., Реконструкция динамических систем Радиотехника и электроника. 1999. Т.44, N 9.С.1075-1092.
- [8] Г.А. Мучник, Как воспользоваться упорядоченным беспорядком, Ж. "Химия и жизнь", Наука No.5, 1985, с.30-35
- [9] Илькаев Р.И., Учаев А.Я., Новиков С.А., Завада Н.И., Платонова Л.А., Сельчкова Н.И., Универсальные свойства металлов в явлении динамического разрушения, ДАН, 2002, Т.384, €3, с.328-333
- [10] Хакен Г., Синергетика. Иерархия неустойчивости в само-организующихся системах и устройствах Пер. с англ. М.: Мир, 1985
- [11] Кудрявцев И.К., Химические нестабильности. М.: Изд-во МГУ, 1987.
- [12] В.И. Кляцкий, Стохастическое структурообразование в случайных средах, УФН 2016, т.186, No.1, с.76-104
- [13] В.В. Красильников, С.Е. Савченко, Роль неидеальности процессов в формировании диссипативных структур. Ж. Технической физики, 2006, т.76, в.1, с.125-131

А.Ш.Кахраманов
Бакинский Государственный Университет
E-mail:adilqakhramanov@gmail.com

Е.М.Багиров
Институт Физики НАН Азербайджана

Received 30 February 2017

Accepted 15 March 2017